**MICROECONOMIA I**
Demanda individual
Optimización y Dualidad

Suponga una función de utilidad U = $X^{½}Y^{½}$, sujeta a la restricción presupuestaria.

1. Un camino es maximizar la utilidad, esto nos llevará a la función de utilidad indirecta y la demanda marshalliana.

Construir el lagrangeano.

$$L = X^{1/2}Y^{1/2} + l\left(I - P_x X + P_y Y\right)$$

Encontrar las condiciones de primer orden

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/2} - \mathbf{l}P_x = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{1}{2}X^{1/2}Y^{-1/2} - \mathbf{l}P_y = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{l}} = I - P_x X + P_y Y = 0$$

Esto es un sistema de tres ecuaciones e incógnitas.

Resolviendo:

$$\frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{1/2} = lP_x$$
$$\frac{1}{2}X^{1/2}Y^{-1/2} = lP_y$$

Despejando λ e igualando en ambas condiciones.

$$\frac{X^{-1/2}Y^{1/2}}{2P_x} = \frac{X^{1/2}Y^{-1/2}}{2P_y}$$
$$P_y Y = P_x X$$

Usando esto en la restricción presupuestaria:

$$P_x X + P_y Y = I$$
$$P_x X + P_x X = I$$
$$X = \frac{I}{2P_x}$$

Esta es la demanda mashalliana por X. De igual forma se obtiene la demanda por Y.

$$P_x X + P_y Y = I$$
$$P_y Y + P_y Y = I$$
$$Y = \frac{I}{2P_y}$$

Podemos usar estos dos resultados en la función de utilidad, así obtenemos la función de utilidad indirecta.

$$U = X^{1/2} Y^{1/2}$$
$$U^* = \left(\frac{I}{2P_x}\right)^{1/2} \left(\frac{I}{2P_y}\right)^{1/2}$$
$$U^* = \frac{I}{2P_x^{1/2} P_y^{1/2}}$$

Esta última es la función de utilidad indirecta.
(Verificar la identidad de Roy)

Despejando el ingreso de la función de utilidad indirecta obtenemos la función de gasto.

$$E = 2UP_x^{1/2} P_y^{1/2}$$

El lema de Shepard nos entrega las demandas compensadas.

$$\frac{\partial E}{\partial P_x} = P_x^{-1/2} P_y^{1/2} U = X$$